

Agnieszka Kamińska  
Dorota Ponczek

# Plan wynikowy

## MATeMATyka 4

### Zakres podstawowy



© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.  
Warszawa 2022

Oznaczenia:

K – wymagania konieczne; P – wymagania podstawowe; R – wymagania rozszerzające; D – wymagania dopełniające; W – wymagania wykraczające

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
<b>1. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA</b>				<b>22</b>
1. Reguła mnożenia	<ul style="list-style-type: none"> <li>– reguła mnożenia</li> <li>– prezentacja wyników doświadczenia za pomocą drzewa</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia</li> <li>– stosuje regułę mnożenia do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek</li> <li>– przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wszystkich możliwych wyników danego doświadczenia</li> </ul>	K–P  K–R  P–R	1
2. Permutacje	<ul style="list-style-type: none"> <li>– definicja permutacji</li> <li>– definicja symbolu <math>n!</math></li> <li>– liczba permutacji zbioru <math>n</math>-elementowego</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru</li> <li>– oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru</li> <li>– przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni</li> <li>– wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań</li> </ul>	P P–R P P–D	2
3. Wariacje bez powtórzeń	<ul style="list-style-type: none"> <li>– definicja wariacji bez powtórzeń</li> <li>– liczba <math>k</math>-elementowych wariacji bez powtórzeń zbioru <math>n</math>-elementowego</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń</li> <li>– wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań</li> </ul>	R  P–D	1
4. Wariacje z powtórzeniami	<ul style="list-style-type: none"> <li>– definicja wariacji z powtórzeniami</li> <li>– liczba <math>k</math>-elementowych wariacji z powtórzeniami zbioru <math>n</math>-elementowego</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami</li> <li>– wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań</li> </ul>	P–R  P–D	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
5. Reguła dodawania	<ul style="list-style-type: none"> <li>– reguła dodawania</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek</li> <li>– wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań</li> </ul>	K–R P–D	2
6. Zdarzenia losowe	<ul style="list-style-type: none"> <li>– pojęcie zdarzenia elementarnego</li> <li>– pojęcie przestrzeni (zbioru) zdarzeń elementarnych</li> <li>– pojęcie zdarzenia losowego</li> <li>– wyniki sprzyjające zdarzeniu losowemu</li> <li>– zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe</li> <li>– suma, iloczyn i różnica zdarzeń losowych</li> <li>– zdarzenia wykluczające się</li> <li>– zdarzenie przeciwne</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– określa przestrzeń (zbiór) zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia</li> <li>– podaje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu</li> <li>– określa zdarzenie niemożliwe i zdarzenie pewne</li> <li>– wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych</li> <li>– wypisuje pary zdarzeń przeciwnych i pary zdarzeń wykluczających się</li> </ul>	K–P K–P K–P R–D P–P	1
7. Prawdopodobieństwo klasyczne	<ul style="list-style-type: none"> <li>– pojęcie prawdopodobieństwa</li> <li>– klasyczna definicja prawdopodobieństwa</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa</li> <li>– stosuje regułę mnożenia, regułę dodawania, permutacje i wariacje do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń</li> </ul>	K–D K–D	2
8. Prawdopodobieństwo klasyczne – zadania		Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa</li> </ul>	K–D	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
9. Rozkład prawdopodobieństwa	<ul style="list-style-type: none"> <li>– rozkład prawdopodobieństwa</li> <li>– prawdopodobieństwo zdarzenia jako suma prawdopodobieństw zdarzeń elementarnych</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutów kostką lub monetą (symetryczną i niesymetryczną)</li> </ul>	K–P	1
10. Własności prawdopodobieństwa	<ul style="list-style-type: none"> <li>– własności prawdopodobieństwa:               <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>P(A) \geq 0</math> oraz <math>P(A) \leq 1</math></li> <li>2. <math>P(\emptyset) = 0</math>, <math>P(\Omega) = 1</math></li> <li>3. Jeżeli <math>A \subset B</math>, to <math>P(A) \leq P(B)</math></li> <li>4. <math>P(A') = 1 - P(A)</math></li> </ol> </li> <li>– inne własności prawdopodobieństwa:               <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Jeżeli <math>A, B \subset \Omega</math>, to <math>P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)</math>.</li> <li>2. <math>P(A \cup B) = P(A) + P(B)</math> dla dowolnych zdarzeń wykluczających się.</li> <li>3. Jeżeli <math>A, B \subset \Omega</math>, to <math>P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)</math>.</li> </ol> </li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego</li> <li>– stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń</li> <li>– sprawdza, czy zdarzenia się wykluczają</li> <li>– stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń oraz w zadaniach wykorzystujących własności prawdopodobieństwa</li> </ul>	K P–R P–R  D–W	2
11. Wartość oczekiwana zmiennej losowej	<ul style="list-style-type: none"> <li>– definicja zmiennej losowej</li> <li>– definicja rozkładu zmiennej losowej</li> <li>– definicja wartości oczekiwanej</li> <li>– definicja gry sprawiedliwej</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– przedstawia za pomocą tabeli rozkład zmiennej losowej</li> <li>– oblicza wartość oczekiwaną gry</li> <li>– rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa</li> </ul>	K–P P R	1
12. Powtórzenie wiadomości 13. Praca klasowa i jej omówienie				5

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
<b>2. GRANIASTOSŁUPY I OSTROŚLUPY</b>				<b>22</b>
1. Proste i płaszczyzny w przestrzeni	<ul style="list-style-type: none"> <li>– wzajemne położenie dwóch płaszczyzn</li> <li>– wzajemne położenie dwóch prostych</li> <li>– proste skośne</li> <li>– prostopadłość prostych w przestrzeni</li> <li>– wzajemne położenie prostej i płaszczyzny</li> <li>– rzut prostokątny na płaszczyznę</li> <li>– twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– przedstawia graniastosłupy na rysunkach</li> <li>– wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne</li> <li>– wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę</li> <li>– przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni</li> </ul>	K K K–P R–D	1
2. Graniastosłupy	<ul style="list-style-type: none"> <li>– graniastosłup prosty i graniastosłup pochyły</li> <li>– powierzchnia boczna graniastosłupa</li> <li>– wysokość graniastosłupa</li> <li>– prostopadłościan</li> <li>– graniastosłup prawidłowy</li> <li>– pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa</li> <li>– siatki sześcianu</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– przedstawia graniastosłupy na rysunkach</li> <li>– określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi graniastosłupa</li> <li>– sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi</li> <li>– wskazuje elementy charakteryzujące graniastosłup</li> <li>– oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prostego</li> <li>– rysuje siatkę graniastosłupa prostego</li> <li>– stosuje wzory na pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej do rozwiązywania zadań</li> </ul>	K K K–P K P–R K P–R	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
3. Odcinki w graniastosłupach	<ul style="list-style-type: none"> <li>– przekątna graniastosłupa</li> <li>– długość przekątnej prostopadłościanu</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego (również z wykorzystaniem trygonometrii)</li> <li>– stosuje funkcje trygonometryczne do obliczanie pola powierzchni graniastosłupa</li> <li>– uzasadnia prawdziwość wzorów dotyczących przekątnych prostopadłościanów</li> </ul>	K–P P–D D–W	2
4. Objętość graniastosłupa	<ul style="list-style-type: none"> <li>– wzór na objętość graniastosłupa</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– oblicza objętość graniastosłupa prostego</li> <li>– rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące graniastosłupów</li> </ul>	K–P D–W	1
5. Ostrosłupy	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ostrosłup prosty</li> <li>– ostrosłup prawidłowy</li> <li>– wysokość ostrosłupa, spodek wysokości</li> <li>– kąt płaski przy wierzchołku ostrosłupa prawidłowego</li> <li>– czworościan foremny</li> <li>– pole powierzchni ostrosłupa</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– przedstawia ostrosłupy na rysunkach</li> <li>– wskazuje elementy charakteryzujące ostrosłup</li> <li>– oblicza pole powierzchni ostrosłupa, mając daną jego siatkę</li> <li>– rysuje siatkę ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment</li> <li>– oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej ostrosłupa</li> <li>– stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni ostrosłupa</li> </ul>	K K K–P K–P K–P K–R	2
6. Objętość ostrosłupa	<ul style="list-style-type: none"> <li>– wzór na objętość ostrosłupa</li> <li>– wzór na wysokość i objętość czworościanu foremnego</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– oblicza objętość ostrosłupa prawidłowego</li> <li>– stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania objętości ostrosłupa</li> <li>– rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ostrosłupów</li> </ul>	K–P P–D D–W	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
7. Kąt między prostą a płaszczyzną	– pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami w graniastosłupie a płaszczyzną jego podstawy lub ścianą boczną</li> <li>– wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy</li> <li>– rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii)</li> </ul>	K–R K–R P–D	2
8. Kąt dwuścienny	– pojęcie kąta dwuściennego – miara kąta dwuściennego	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów</li> <li>– wyznacza kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów</li> <li>– rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego</li> </ul>	K P–D P–D	2
9. Przekroje prostopadłościanów	– różne przekroje prostopadłościanu	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– wskazuje przekroje prostopadłościanu</li> <li>– oblicza pole danego przekroju (również z wykorzystaniem trygonometrii)</li> <li>– rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów prostopadłościanu (również z wykorzystaniem trygonometrii)</li> </ul>	P–R D D–W	2
10. Powtórzenie wiadomości 11. Praca klasowa i jej omówienie				6

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
<b>3. BRYŁY OBROTOWE</b>				<b>12</b>
1. Walec	<ul style="list-style-type: none"> <li>– pojęcie walca</li> <li>– podstawa, wysokość oraz tworząca walca</li> <li>– wzór na pole powierzchni całkowitej walca</li> <li>– przekrój osiowy walca</li> <li>– wzór na objętość walca</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– wskazuje elementy charakteryzujące walec</li> <li>– zaznacza przekrój osiowy walca</li> <li>– oblicza pole powierzchni całkowitej walca</li> <li>– oblicza objętość walca</li> <li>– rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca</li> <li>– stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości walca</li> <li>– rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące walca</li> </ul>	K K K–R K–R  P–R  P–D  D–W	2
2. Stożek	<ul style="list-style-type: none"> <li>– pojęcie stożka</li> <li>– podstawa, wierzchołek, wysokość oraz tworząca stożka</li> <li>– wzór na pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej stożka</li> <li>– przekrój osiowy stożka</li> <li>– kąt rozwarcia stożka</li> <li>– wzór na objętość stożka</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– wskazuje elementy charakteryzujące stożek</li> <li>– zaznacza przekrój osiowy stożka i kąt rozwarcia stożka</li> <li>– oblicza pole powierzchni całkowitej stożka</li> <li>– oblicza objętość stożka</li> <li>– rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej stożka</li> <li>– stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości stożka</li> <li>– rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące stożka</li> </ul>	K K K–R K–R  P–D  P–D  D–W	2



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
3. Kula	<ul style="list-style-type: none"> <li>– kula i sfera</li> <li>– przekroje kuli, koło wielkie</li> <li>– pojęcie płaszczyzny stycznej do kuli</li> <li>– wzór na pole powierzchni kuli</li> <li>– wzór na objętość kuli</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– wskazuje elementy charakteryzujące kulę i sferę</li> <li>– zaznacza przekroje kuli</li> <li>– oblicza pole powierzchni kuli i jej objętość</li> <li>– stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości kuli</li> <li>– rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące kuli</li> </ul>	K–P K K–R  P–D  D–W	2
4. Bryły podobne	<ul style="list-style-type: none"> <li>– bryły podobne</li> <li>– skala podobieństwa brył podobnych</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych</li> <li>– wykorzystuje podobieństwo brył do rozwiązywania zadań i skalę podobieństwa brył podobnych</li> </ul>	P  P–D	2
5. Powtórzenie wiadomości 6. Praca klasowa i jej omówienie				4
<b>4. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE</b>				<b>9</b>
1. Dowody w algebrze (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– budowa twierdzenia</li> <li>– implikacja: poprzednik, następnik; założenie i teza twierdzenia</li> <li>– twierdzenia dotyczące własności liczb całkowitych</li> <li>– twierdzenia dotyczące wyrażeń algebraicznych</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– dowodzi własności liczb całkowitych, zapisanych za pomocą potęg lub wyrażeń algebraicznych, np. podzielności</li> </ul>	P–D	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
2. Dowody w algebrze (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– dowód metodą równoważnego przekształcania tezy</li> <li>– zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– stosuje metodę równoważnego przekształcania tezy do uzasadnienia własności wyrażeń algebraicznych</li> <li>– dowodzi prawdziwości nierówności, wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną</li> </ul>	P–D  K–D	2
3. Dowody nie wprost	<ul style="list-style-type: none"> <li>– dowodzenie nie wprost</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– uzasadnia niewymierność liczby, stosując dowód nie wprost</li> </ul>	K–D	1
4. Dowody w geometrii (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– cechy przystawania trójkątów</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje założenie i tezę twierdzenia geometrycznego</li> <li>– wykorzystuje przystawanie trójkątów do dowodzenia twierdzeń</li> </ul>	K  P–D	2
5. Dowody w geometrii (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– cechy podobieństwa trójkątów</li> <li>– twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– wykorzystuje podobieństwo trójkątów do dowodzenia twierdzeń</li> <li>– dowodzi własności odcinków w trójkącie prostokątnym</li> <li>– wykorzystuje związki miarowe w trójkątach do dowodzenia twierdzeń</li> </ul>	P–D P–D P–D	2
<b>5. POWTÓRZENIE PRZED MATURĄ</b>				<b>47</b>
				<b>Razem 112</b>