

Agnieszka Kamińska  
Dorota Ponczek

Plan wynikowy  
MATeMATyka 3  
Zakres podstawowy i rozszerzony



© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.  
Warszawa 2021

Oznaczenia:

K – wymagania konieczne; P – wymagania podstawowe; R – wymagania rozszerzające; D – wymagania dopełniające; W – wymagania wykraczające

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
<b>1. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE</b>				<b>32</b>
1. Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta	<ul style="list-style-type: none"> <li>- kąt w układzie współrzędnych</li> <li>- definicje funkcji trygonometrycznych kąta <math>\alpha \in (0^\circ; 360^\circ)</math></li> <li>- znaki wartości funkcji trygonometrycznych</li> <li>- wyznaczanie wartości funkcji trygonometrycznych na podstawie definicji</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- zaznacza kąt w układzie współrzędnych</li> <li>- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu</li> <li>- określa znaki wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta</li> <li>- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: <math>90^\circ</math>, <math>120^\circ</math>, <math>135^\circ</math>, <math>225^\circ</math>, korzystając z definicji dowolnego kąta <math>\alpha \in (0^\circ; 360^\circ)</math></li> <li>- określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta</li> <li>- oblicza wartości, w których występują funkcje trygonometryczne kątów należących do przedziału <math>(0^\circ; 360^\circ)</math></li> </ul>	K K-P K-P K-P K-R P-D	2
2. Kąt obrotu	<ul style="list-style-type: none"> <li>- dodatni i ujemny kierunek obrotu</li> <li>- wartości funkcji trygonometrycznych kąta <math>k \cdot 360^\circ + \alpha</math>, gdzie <math>k \in \mathbf{Z}</math>, <math>\alpha \in (0^\circ; 360^\circ)</math></li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- zaznacza w układzie współrzędnych położenie ramienia końcowego danego kąta <math>\alpha</math></li> <li>- zapisuje miarę danego kąta w postaci <math>k \cdot 360^\circ + \alpha</math>, <math>k \in \mathbf{Z}</math></li> <li>- wyznacza kąt, gdy dany jest punkt należący do jego końcowego ramienia</li> <li>- bada, czy punkt należy do końcowego ramienia danego kąta</li> <li>- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta, gdy dana jest jego miara stopniowa</li> <li>- wyznacza kąt w podanym przedziale, gdy dana jest wartość jednej jego funkcji trygonometrycznej</li> <li>- określa miarę kąta na podstawie informacji podanych w zadaniu</li> </ul>	K K K-P P-R P-R P-R P-D	2
3. Miara łukowa kąta	<ul style="list-style-type: none"> <li>- miara łukowa kąta</li> <li>- radian jako jednostka miary łukowej</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie</li> <li>- zapisuje miarę łukową danego kąta w postaci <math>2k\pi + \alpha</math>, <math>k \in \mathbf{Z}</math></li> </ul>	K K	1

	<ul style="list-style-type: none"> <li>zamiana miary stopniowej kąta na miarę łukową i odwrotnie</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów o danej mierze łukowej</li> </ul>	P-R	
4. Funkcje okresowe	<ul style="list-style-type: none"> <li>definicja funkcji okresowej</li> <li>okres podstawowy funkcji</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu</li> <li>szkicuje wykres funkcji okresowej</li> <li>stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości</li> </ul>	K P-R P-R	1
5. Wykresy funkcji sinus i cosinus	<ul style="list-style-type: none"> <li>wykresy funkcji sinus i cosinus</li> <li>własności funkcji sinus i cosinus</li> <li>środki symetrii wykresów funkcji sinus i cosinus</li> <li>osie symetrii wykresów funkcji sinus i cosinus</li> <li><b>funkcje parzyste i funkcje nieparzyste</b></li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji sinus i cosinus w danym przedziale</li> <li>określa własności funkcji sinus i cosinus w danym przedziale</li> <li>odczytuje z wykresów funkcji sinus i cosinus argumenty, dla których funkcja przyjmuje daną wartość</li> <li><b>korzystając z wykresów funkcji sinus i cosinus podaje liczbę rozwiązań równania <math>\sin x = m</math>, <math>\cos x = m</math> w zależności od parametru <math>m</math></b></li> </ul>	K P  P-R  R	2
6. Wykresy funkcji tangens i cotangens	<ul style="list-style-type: none"> <li>wykresy funkcji tangens i cotangens</li> <li>własności funkcji tangens i cotangens</li> <li>środki symetrii wykresów funkcji tangens i cotangens</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji tangens i cotangens w danym przedziale</li> <li>określa własności funkcji tangens i cotangens w danym przedziale</li> <li>odczytuje z wykresów funkcji tangens i cotangens rozwiązania równania <math>\operatorname{tg} x = a</math>, <math>\operatorname{ctg} x = a</math> w podanym przedziale</li> </ul>	K P  P-R	2
7. Przesunięcie wykresu funkcji o wektor	<ul style="list-style-type: none"> <li>metoda otrzymywania wykresu funkcji <math>y = f(x - p) + q</math></li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji <math>y = f(x - p) + q</math>, gdzie <math>f</math> jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności</li> <li>szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi <math>OX</math></li> <li>szkicuje wykres funkcji będącej złożeniem przesunięcia i symetrii względem osi <math>OX</math></li> <li>podaje zbiory wartości funkcji, np. <math>f(x) = 2 \cos^2 x - 1</math></li> </ul>	K-P K-P  P-D R-D	1
8. Przekształcenia wykresu funkcji (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>metoda szkicowania wykresu funkcji <math>y = af(x)</math>, gdzie <math>f</math> jest funkcją trygonometryczną</li> <li>pojęcie amplitudy wykresu funkcji</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>podaje amplitudę wykresu funkcji <math>y = af(x)</math>, gdzie <math>f</math> jest funkcją trygonometryczną</li> <li>szkicuje wykres funkcji <math>y = af(x)</math>, gdzie <math>f</math> jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności</li> <li>szkicuje wykres funkcji <math>y = af(x - p) + q</math>, gdzie <math>f</math> jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności</li> </ul>	P  R-D  R-D	1

9. Przekształcenia wykresu funkcji (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- metoda szkicowania wykresu funkcji <math>y = f(ax)</math>, gdzie <math>f</math> jest funkcją trygonometryczną</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- szkicuje wykres funkcji <math>y = af(x)</math>, gdzie <math>f</math> jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności</li> <li>- szkicuje wykresy funkcji będących złożeniem kilku przekształceń i określa ich własności</li> </ul>	R D	2
10. Przekształcenia wykresu funkcji (3)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- metoda szkicowania wykresów funkcji <math>y =  f(x) </math> oraz <math>y = f( x )</math>, gdzie <math>f</math> jest funkcją trygonometryczną</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- szkicuje wykresy funkcji <math>y =  f(x) </math> oraz <math>y = f( x )</math>, gdzie <math>f</math> jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności</li> <li>- szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych będących złożeniem kilku przekształceń i określa ich własności</li> <li>- stosuje wykresy funkcji w zadaniach różnych typów</li> </ul>	P-R P-D R-D	2
11. Tożsamości trygonometryczne	<ul style="list-style-type: none"> <li>- podstawowe tożsamości trygonometryczne</li> <li>- metody dowodzenia tożsamości trygonometrycznych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- stosuje podstawowe tożsamości trygonometryczne w prostych sytuacjach</li> <li>- dowodzi tożsamości trygonometrycznych, podając odpowiednie założenia</li> <li>- oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest wartość jednej z nich</li> </ul>	K P-R P-R	2
12. Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów	<ul style="list-style-type: none"> <li>- funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów</li> <li>- funkcje trygonometryczne podwojonego kąta</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów</li> <li>- stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta</li> <li>- wykorzystuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta</li> <li>- stosuje poznane wzory do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne, w tym do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych</li> <li>- wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów</li> <li>- wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego i funkcje trygonometryczne połowy kąta</li> </ul>	K-P P-D R R-D R-D W	2
13. Wzory redukcyjne	<ul style="list-style-type: none"> <li>- wzory redukcyjne</li> </ul>	<p>Uczeń:</p>		2

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- zapisuje dany kąt w postaci <math>k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha</math> lub <math>k \cdot 90^\circ \pm \alpha</math>, gdzie <math>k \in \mathbf{Z}</math></li> <li>- wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych (także z wykorzystaniem tablic wartości trygonometrycznych lub kalkulatora)</li> <li>- wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem własności funkcji trygonometrycznych</li> </ul>	K P R-D	
14. Równania trygonometryczne (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- metody rozwiązywania równań trygonometrycznych</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje proste równania trygonometryczne</li> <li>- rozwiązuje równania trygonometryczne, wyłączając wspólny czynnik poza nawias</li> </ul>	K-P P-D	1
15. Równania trygonometryczne (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązywanie równań trygonometrycznych metodą grupowania wyrazów, podstawiania i wykorzystywania wzorów na funkcje trygonometryczne sum i różnic kątów</li> <li>- <b>wzory na sumę i różnicę sinusów oraz cosinusów</b></li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje równania trygonometryczne, które można sprowadzić do równań wielomianowych</li> <li>- <b>stosuje wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów</b></li> </ul>	R-D W	2
16. Nierówności trygonometryczne	<ul style="list-style-type: none"> <li>- metody rozwiązywania nierówności trygonometrycznych</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje nierówności trygonometryczne, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych</li> <li>- rozwiązuje nierówności trygonometryczne, stosując odpowiednie podstawienia</li> </ul>	K-D W	2
17. Powtórzenie wiadomości 18. Praca klasowa i jej omówienie				5
<b>2. GEOMETRIA ANALITYCZNA</b>				<b>24</b>
1. Odległość między punktami w układzie współrzędnych	<ul style="list-style-type: none"> <li>- wzór na odległość między punktami w układzie współrzędnych</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza odległości między punktami w układzie współrzędnych</li> <li>- stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych</li> <li>- wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej</li> </ul>	K P-D D	2

2. Środek odcinka	<ul style="list-style-type: none"> <li>- wzór na współrzędne środka odcinka</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców</li> <li>- wyznacza współrzędne jednego z końców odcinka, gdy dane są współrzędne jego środka i drugiego końca</li> <li>- stosuje wzór na środek odcinka w zadaniach dotyczących własności wielokątów w układzie współrzędnych</li> </ul>	K P P-D	2
3. Odległość punktu od prostej	<ul style="list-style-type: none"> <li>- wzór na odległość punktu od prostej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza odległość punktu od prostej</li> <li>- oblicza odległość między prostymi równoległymi</li> <li>- stosuje wzór na odległość punktu od prostej do obliczania pól wielokątów</li> </ul>	K P P-D	2
4. Okrąg w układzie współrzędnych	<ul style="list-style-type: none"> <li>- równanie okręgu o środku w początku układu współrzędnych</li> <li>- równanie okręgu w postaci kanonicznej</li> <li>- równanie okręgu w postaci ogólnej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- podaje równanie okręgu o danych środku i promieniu</li> <li>- sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu</li> <li>- wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt</li> <li>- wyznacza środek i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej</li> <li>- sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu</li> <li>- wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg</li> <li>- wyznacza równanie okręgu opisanego na trójkącie</li> <li>- stosuje w zadaniach równanie okręgu</li> </ul>	K K K K-P P-R R-D R-D P-D	2
5. Wzajemne położenie dwóch okręgów	<ul style="list-style-type: none"> <li>- okręgi: styczne, przecinające się i rozłączne</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- określa wzajemne położenie dwóch okręgów</li> <li>- podaje liczbę punktów wspólnych dwóch okręgów</li> <li>- wyznacza równanie okręgu o danym środku, znając jego położenie względem okręgu opisanego podanym równaniem</li> <li>- rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgów, w tym zadania z parametrem</li> </ul>	P-R R R R-D	2
6. Wzajemne położenie okręgu i prostej	<ul style="list-style-type: none"> <li>- styczna do okręgu</li> <li>- sieczna okręgu</li> </ul>	<p>Uczeń:</p>		2

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z promieniem okręgu</li> <li>- wyznacza równanie stycznej do okręgu spełniającej podane warunki</li> <li>- określa liczbę punktów wspólnych okręgu i prostej w zależności od parametru</li> <li>- rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgu i prostej</li> </ul>	<p>P</p> <p>R</p> <p>R-D</p> <p>P-D</p>	
7. Układy równań drugiego stopnia	<ul style="list-style-type: none"> <li>- sposoby rozwiązywania układów równań drugiego stopnia</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, z których co najmniej jedno jest drugiego stopnia, w tym zadania z parametrem</li> <li>- stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów</li> </ul>	<p>K-R</p> <p>P-D</p>	2
8. Koło w układzie współrzędnych	<ul style="list-style-type: none"> <li>- nierówność opisująca koło</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- sprawdza, czy dany punkt należy do danego koła</li> <li>- opisuje koło w układzie współrzędnych</li> <li>- podaje geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności drugiego stopnia</li> <li>- opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny</li> </ul>	<p>P</p> <p>P</p> <p>R-D</p> <p>R-D</p>	1
9. Działania na wektorach	<ul style="list-style-type: none"> <li>- dodawanie i odejmowanie wektorów</li> <li>- mnożenie wektora przez liczbę</li> <li>- interpretacja geometryczna działań na wektorach</li> <li>- długość wektora</li> <li>- pojęcia wektora zerowego i wektora jednostkowego</li> <li>- równoległość wektorów</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- wykonuje działania na wektorach</li> <li>- sprawdza, czy wektory są równoległe</li> <li>- wyznacza wartości parametru tak, aby wektory spełniały podany warunek</li> <li>- stosuje w zadaniach działania na wektorach i ich interpretację geometryczną</li> </ul>	<p>K-P</p> <p>P</p> <p>P-R</p> <p>P-D</p>	1
10. Wektory – zastosowania	<ul style="list-style-type: none"> <li>- zastosowanie działań na wektorach</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów</li> <li>- stosuje działania na wektorach do podziału odcinka</li> </ul>	<p>P</p> <p>K-P</p>	1

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- stosuje wektory w zadaniach z geometrii analitycznej</li> <li>- wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie</li> </ul>	P-D D-W	
11. Symetria osiowa	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicja symetrii osiowej</li> <li>- figury osiowosymetryczne</li> <li>- symetria względem osi układu współrzędnych</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- wskazuje figury osiowosymetryczne i podaje liczbę ich osi symetrii</li> <li>- znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem osi układu współrzędnych</li> <li>- szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem jednej z osi układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków</li> <li>- wyznacza równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem jednej z osi układu współrzędnych lub prostej o danym równaniu</li> <li>- stosuje własności symetrii osiowej w zadaniach</li> </ul>	K K K-P K-R P-D	1
12. Symetria środkowa	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicja symetrii środkowej</li> <li>- figury środkowosymetryczne</li> <li>- symetria względem początku układu współrzędnych</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- wskazuje figury środkowosymetryczne</li> <li>- znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem początku układu współrzędnych</li> <li>- szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem początku układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków</li> <li>- podaje równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem początku układu współrzędnych</li> <li>- stosuje w zadaniach własności symetrii środkowej</li> </ul>	K K K-P K-P P-D	1
13. Powtórzenie wiadomości 14. Praca klasowa i jej omówienie				5
<b>3. CIĄGI</b>				<b>34</b>
1. Pojęcie ciągu	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicja ciągu</li> <li>- ciąg liczbowy</li> <li>- wykres ciągu</li> <li>- wyraz ciągu</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów</li> <li>- wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie</li> <li>- szkicuje wykres ciągu</li> </ul>	K-P K-P K-P	1
2. Sposoby określania ciągu	<ul style="list-style-type: none"> <li>- sposoby określania ciągu</li> <li>- wzór ogólny ciągu</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów</li> </ul>	P	2



		<ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznacza wskazane wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym</li> <li>- wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek</li> <li>- wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki</li> </ul>	K-P P-R R-D	
3. Ciągi monotoniczne (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicje ciągów: rosnącego, malejącego, stałego, niemalejącego i nierosnącego</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki</li> <li>- uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, gdy dane są jego kolejne wyrazy albo wzór ogólny</li> <li>- wyznacza wyraz <math>a_{n+1}</math> ciągu określonego wzorem ogólnym</li> <li>- bada monotoniczność ciągu, korzystając z definicji</li> <li>- wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym</li> <li>- dowodzi monotoniczności ciągów określonych za pomocą innych ciągów monotonicznych; podaje przykłady takich ciągów</li> </ul>	K-P  K-P K-P P-R  P-D  R-W	2
4. Ciągi określone rekurencyjnie	<ul style="list-style-type: none"> <li>- określenie rekurencyjne ciągu</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie</li> <li>- wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny ciągu</li> <li>- rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu</li> </ul>	K-P P-R  R-D	1
5. Ciągi monotoniczne (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- suma, różnica, iloczyn i iloraz ciągów</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznacza wzór ogólny ciągu będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów</li> <li>- bada monotoniczność sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów</li> <li>- rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące monotoniczności ciągu</li> </ul>	K-R P-D  R-W	1
6. Ciąg arytmetyczny (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicje ciągu arytmetycznego i jego różnicy</li> <li>- wzór ogólny ciągu arytmetycznego</li> <li>- monotoniczność ciągu arytmetycznego</li> <li>- własności ciągu arytmetycznego</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- podaje przykłady ciągów arytmetycznych</li> <li>- wyznacza wskazane wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica</li> <li>- określa monotoniczność ciągu arytmetycznego</li> <li>- wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy</li> </ul>	K  K-P K-P  P	2

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów tego ciągu</li> <li>- wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny</li> <li>- stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego</li> </ul>	P-R P-R P-D	
7. Ciąg arytmetyczny (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- zastosowanie w zadaniach własności ciągu arytmetycznego</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym</li> <li>- udowadnia, że ciąg jest ciągiem arytmetycznym wtedy i tylko wtedy, gdy jego wykres jest zawarty w pewnej prostej</li> <li>- stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego</li> </ul>	P-R D P-D	2
8. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	<ul style="list-style-type: none"> <li>- wzory na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego</li> <li>- stosuje w zadaniach tekstowych wzór na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego</li> <li>- rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego</li> <li>- uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego</li> <li>- bada monotoniczność ciągu, korzystając ze wzoru na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego</li> </ul>	K-P P-R P-R R-D R-D	2
9. Ciąg geometryczny (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicje ciągu geometrycznego i jego ilorazu</li> <li>- wzór ogólny ciągu geometrycznego</li> <li>- własności ciągu geometrycznego</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- podaje przykłady ciągów geometrycznych</li> <li>- wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz</li> <li>- wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dowolne dwa jego wyrazy</li> <li>- wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny</li> </ul>	K K-P P P-R	1
10. Ciąg geometryczny (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- monotoniczność ciągu geometrycznego</li> <li>- pojęcie średniej geometrycznej</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- określa monotoniczność ciągu geometrycznego</li> <li>- udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem geometrycznym</li> <li>- stosuje w zadaniach związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego oraz średnią geometryczną</li> </ul>	P-R P-D P-R	1

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- stosuje własności ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu</li> </ul>	P-D	
11. Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	<ul style="list-style-type: none"> <li>- wzór na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu geometrycznego</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu geometrycznego</li> <li>- stosuje wzór na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu</li> </ul>	K-P P-R	2
12. Ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne – zadania	<ul style="list-style-type: none"> <li>- własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- stosuje własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach różnego typu, w tym w zadaniach na dowodzenie</li> </ul>	P-D	2
13. Procent składany	<ul style="list-style-type: none"> <li>- procent składany</li> <li>- kapitalizacja odsetek, okres kapitalizacji</li> <li>- stopy procentowe nominalna i efektywna</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji</li> <li>- oblicza wysokość kapitału na lokacie systematycznego oszczędzania</li> <li>- oblicza oprocentowanie lokaty</li> <li>- ustala okres oszczędzania</li> <li>- rozwiązuje zadania związane z kredytami</li> </ul>	K-P R-D P-R P-R R-D	2
14. Granica ciągu	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicja granicy ciągu</li> <li>- pojęcia: ciąg zbieżny, granica właściwa ciągu, prawie wszystkie wyrazy ciągu</li> <li>- twierdzenia:                             <math display="block">\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0 \text{ dla } q \in (-1; 1),</math> <math display="block">\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1 \text{ dla } a &gt; 0,</math> <math display="block">\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0 \text{ dla } k &gt; 0</math> </li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę</li> <li>- ustala, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od danej liczby o podaną wartość</li> <li>- uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy</li> </ul>	K-P P-R P-D	1
15. Ciągi rozbieżne	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicja ciągu rozbieżnego do <math>\infty</math> (<math>-\infty</math>)</li> <li>- pojęcie granicy niewłaściwej</li> <li>- twierdzenia:                             <math display="block">\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty \text{ dla } q &gt; 1,</math> <math display="block">\lim_{n \rightarrow \infty} n^k = \infty \text{ dla } k &gt; 0</math> </li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy</li> <li>- bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych (mniejszych) od danej liczby</li> <li>- udowadnia rozbieżność ciągu, korzystając z definicji</li> </ul>	K-P P-R R-D	1

16. Obliczanie granic ciągów (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- twierdzenie o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych</li> <li>- twierdzenie o trzech ciągach</li> <li>- twierdzenie <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1</math></li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych</li> <li>- stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów</li> <li>- oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach</li> </ul>	P-D P-D P-D	2
17. Obliczanie granic ciągów (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- twierdzenie o własnościach granic ciągów rozbieżnych</li> <li>- symbole nieoznaczone</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych</li> <li>- wyznacza granice ciągu w zależności od wartości parametru</li> <li>- uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej</li> </ul>	P-D D-W D-W	2
18. Szereg geometryczny	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicja szeregu geometrycznego</li> <li>- suma szeregu geometrycznego</li> <li>- pojęcia szeregu zbieżnego i szeregu rozbieżnego</li> <li>- wzór na sumę szeregu geometrycznego o pierwszym wyrazie <math>a_1</math> i ilorazie <math>q \in (-1; 1)</math>: <math>S = \frac{a_1}{1-q}</math></li> <li>- warunek zbieżności i warunek rozbieżności szeregu geometrycznego</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny</li> <li>- oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego</li> <li>- zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły, korzystając ze wzoru na sumę szeregu geometrycznego zbieżnego</li> <li>- stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów</li> <li>- rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego</li> <li>- rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego</li> <li>- zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły</li> </ul>	K-P P-D P-D P-D R-D W P-R	2
19. Powtórzenie wiadomości 20. Praca klasowa i jej omówienie				5
<b>4. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY</b>				<b>35</b>
1. Granica funkcji w punkcie	<ul style="list-style-type: none"> <li>- intuicyjne pojęcie granicy funkcji w punkcie</li> <li>- pojęcie sąsiedztwa punktu <math>x_0</math></li> <li>- definicja granicy funkcji w punkcie</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu</li> <li>- uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie, korzystając z definicji</li> </ul>	K-R P-R	1

2. Obliczanie granic funkcji	<ul style="list-style-type: none"> <li>- twierdzenie o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji w punkcie</li> <li>- twierdzenie o granicy wielomianu i granicy funkcji wymiernej w punkcie</li> <li>- twierdzenie o granicy funkcji <math>y = \sqrt{f(x)}</math> w punkcie</li> <li>- twierdzenie o granicach funkcji sinus i cosinus w punkcie</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie</li> <li>- oblicza granicę funkcji <math>y = \sqrt{f(x)}</math> w punkcie</li> <li>- oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie</li> </ul>	K–R R–D D	2
3. Granice jednostronne	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicja granicy prawostronnej i lewostronnej funkcji w punkcie</li> <li>- twierdzenie o związku między granicami jednostronnymi w punkcie a granicą funkcji w punkcie</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie</li> <li>- stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie</li> </ul>	K–D P–D	1
4. Granice niewłaściwe	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicja granicy niewłaściwej funkcji w punkcie</li> <li>- definicja granicy niewłaściwej jednostronnej funkcji w punkcie</li> <li>- twierdzenia dotyczące granic niewłaściwych funkcji w punkcie</li> <li>- asymptota pionowa wykresu funkcji</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie</li> <li>- wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie</li> <li>- wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji</li> </ul>	P–D P–D P–D	1
5. Granica funkcji w nieskończoności	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicja granicy funkcji w nieskończoności</li> <li>- twierdzenie dotyczące granicy niektórych funkcji w nieskończoności</li> <li>- asymptota pozioma wykresu funkcji</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznacza granice funkcji w nieskończoności</li> <li>- stosuje różne metody wyznaczania granicy odpowiednio w <math>\infty</math> i w <math>-\infty</math></li> <li>- wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji</li> <li>- udowadnia, że funkcja nie ma granicy w nieskończoności</li> </ul>	K–D D K–D D	2
6. Ciągłość funkcji	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicja ciągłości funkcji w punkcie</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie</li> <li>- bada ciągłość funkcji</li> </ul>	P–R P–D	2

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- twierdzenie o ciągłości: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji ciągłych w punkcie</li> <li>- definicja funkcji ciągłej w przedziale <math>(a; b)</math> i w przedziale <math>\langle a; b \rangle</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale</li> </ul>	R-D	
7. Własności funkcji ciągłych	<ul style="list-style-type: none"> <li>- własność Darboux</li> <li>- twierdzenie Weierstrassa</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich (własność Darboux) do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości</li> <li>- stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej i największej funkcji w danym przedziale domkniętym</li> </ul>	P-D  P-D	1
8. Pochodna funkcji w punkcie	<ul style="list-style-type: none"> <li>- iloraz różnicowy funkcji</li> <li>- współczynnik kierunkowy prostej jako tangens kąta nachylenia prostej do osi <math>OX</math></li> <li>- styczna i sieczna wykresu funkcji</li> <li>- definicja pochodnej funkcji w punkcie</li> <li>- interpretacja geometryczna pochodnej funkcji w punkcie</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji pochodnej</li> <li>- stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie</li> <li>- oblicza miarę kąta, jaki styczna do wykresu funkcji w punkcie tworzy z osią <math>OX</math></li> <li>- uzasadnia, że funkcja nie ma pochodnej w punkcie</li> </ul>	P-R  P-D  P-D R-D	2
9. Funkcja pochodna	<ul style="list-style-type: none"> <li>- określenie funkcji pochodnej danej funkcji</li> <li>- funkcja różniczkowalna</li> <li>- wzory na pochodne funkcji potęgowej</li> <li>- równanie stycznej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- korzysta ze wzorów do wyznaczania funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie</li> <li>- wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie</li> <li>- wyznacza współrzędne punktu wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki</li> <li>- na podstawie definicji pochodnej wyprowadza wzory na pochodne funkcji</li> </ul>	K-R K-P  R-D R-W	2
10. Działania na pochodnych	<ul style="list-style-type: none"> <li>- twierdzenia o pochodnej: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji</li> <li>- pochodne funkcji trygonometrycznych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- stosuje twierdzenia o pochodnej: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie</li> </ul>	K-D	2

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- stosuje pochodne w zadaniach dotyczących stycznej do wykresu funkcji</li> <li>- wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych</li> <li>- wyprowadza wzory na pochodną: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji</li> </ul>	P-D D D-W	
11. Pochodna funkcji złożonej	<ul style="list-style-type: none"> <li>- funkcja złożona, funkcja wewnętrzna, funkcja zewnętrzna</li> <li>- twierdzenie o pochodnej funkcji złożonej</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznacza wzór funkcji złożonej oraz jej dziedzinę</li> <li>- wyznacza pochodną funkcji złożonej</li> <li>- stosuje pochodną funkcji złożonej w zadaniach dotyczących stycznej</li> <li>- wyznacza pochodną funkcji będącej złożeniem funkcji trygonometrycznych i wielomianów</li> </ul>	P-D P-D P-D D-W	2
12. Interpretacja fizyczna pochodnej	<ul style="list-style-type: none"> <li>- interpretacja fizyczna pochodnej</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- stosuje pochodną do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał</li> </ul>	P-R	1
13. Monotoniczność funkcji	<ul style="list-style-type: none"> <li>- twierdzenia o związku monotoniczności funkcji i znaku jej pochodnej</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności funkcji</li> <li>- uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze</li> <li>- wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna, stosując twierdzenie o znaku pochodnej</li> <li>- wykorzystuje znak pochodnej do uzasadniania nierówności trygonometrycznych</li> </ul>	K-R P-R P-D W	1
14. Ekstrema funkcji	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicje minimum lokalnego i maksimum lokalnego</li> <li>- warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu</li> <li>- wyznacza ekstremum funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający jego istnienia</li> <li>- wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie</li> <li>- uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum</li> </ul>	K-P K-R P-R P-D	2
15. Wartość najmniejsza i wartość największa funkcji	<ul style="list-style-type: none"> <li>- wartości najmniejsza i największa funkcji w przedziale domkniętym</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym</li> </ul>	P-R	2

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując twierdzenie o przyjmowaniu wartości największej i najmniejszej</li> <li>- wykorzystuje wartość najmniejszą i wartość największą funkcji w zadaniach z parametrem</li> </ul>	P-D D-W	
16. Zagadnienia optymalizacyjne	- zagadnienia optymalizacyjne	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- wykorzystuje umiejętność wyznaczania najmniejszej i największej wartości funkcji w zadaniach optymalizacyjnych</li> </ul>	P-D	3
17. Szkicowanie wykresu funkcji	- schemat badania własności funkcji	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- podaje schemat badania własności funkcji</li> <li>- bada własności funkcji i zapisuje je w tabeli</li> <li>- szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności</li> </ul>	K P-D R-D	2
18. Powtórzenie wiadomości 19. Praca klasowa i jej omówienie				6
<b>5. STATYSTYKA</b>				<b>9</b>
1. Średnia arytmetyczna	- pojęcie średniej arytmetycznej	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza średnią arytmetyczną zestawu danych</li> <li>- oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób</li> <li>- wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną</li> </ul>	K K-R P-D	2
2. Mediana, skala centylowa i dominanta	<ul style="list-style-type: none"> <li>- pojęcie mediany</li> <li>- pojęcie skali centylowej</li> <li>- pojęcie dominanty</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznacza medianę i dominantę zestawu danych</li> <li>- odczytuje informacje ze skali centylowej</li> <li>- wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób</li> <li>- wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę</li> </ul>	K P-R K-R P-D	1
3. Odchylenie standardowe	<ul style="list-style-type: none"> <li>- pojęcie wariancji</li> <li>- pojęcie odchylenia standardowego</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych</li> <li>- oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami</li> </ul>	K-P P-D	2
4. Średnia ważona	- pojęcie średniej ważonej	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami</li> <li>- stosuje w zadaniach średnią ważoną</li> </ul>	K-P P-D	1



5. Powtórzenie wiadomości				3
6. Praca klasowa i jej omówienie				
<b>Godziny do dyspozycji nauczyciela</b>				<b>16</b>
				<b>Razem 150</b>