

Agnieszka Kamińska
Dorota Ponczek

Plan wynikowy

MATeMATyka 2

Zakres podstawowy i rozszerzony



© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.
Warszawa 2020

Oznaczenia:

K – wymagania konieczne; P – wymagania podstawowe; R – wymagania rozszerzające; D – wymagania dopełniające; W – wymagania wykraczające

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
1. ZASTOSOWANIA FUNKCJI KWADRATOWEJ				26
1. Równania kwadratowe – powtórzenie	<ul style="list-style-type: none"> – metoda rozwiązywania równań przez rozkład na czynniki – zależność między znakiem wyróżnika a liczbą rozwiązań równania kwadratowego – wzory na pierwiastki równania kwadratowego 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje równania kwadratowe, korzystając z poznanych metod i wzorów – wyznacza argument, dla którego funkcja kwadratowa przyjmuje daną wartość – przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej i podaje jego pierwiastki 	K K–P K–R	2
2. Nierówności kwadratowe – powtórzenie	<ul style="list-style-type: none"> – metoda rozwiązywania nierówności kwadratowych 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje nierówności kwadratowe – zaznacza na osi liczbowej iloczyn i różnicę zbiorów rozwiązań dwóch nierówności kwadratowych – stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji, w której wzorze występują pierwiastki kwadratowe 	K K–P P–R	2
3. Równania sprowadzalne do równań kwadratowych	<ul style="list-style-type: none"> – równanie dwukwadratowe – rozwiązywanie równań metodą podstawiania 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozpoznaje równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych – rozwiązuje równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych 	K P–R	3
4. Układy równań (1)	<ul style="list-style-type: none"> – sposoby rozwiązywania układów równań drugiego stopnia 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie – równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania – podaje interpretację geometryczną rozwiązania układu równań, znajdując punkty wspólne prostej i paraboli – zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności 	K–R P–D D	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
5. Układy równań (2)	– punkty wspólne dwóch parabol	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których obydwie są równaniami parabol, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania – zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności – stosuje metodę graficzną do rozwiązywania równań i nierówności drugiego stopnia z wartością bezwzględną 	P–R R–D R–D	2
6. Wzory Viète'a	– wzory Viète'a – określenie znaków pierwiastków równania kwadratowego bez ich wyznaczania	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – stosuje wzory Viète'a do wyznaczania sumy oraz iloczynu pierwiastków równania kwadratowego (o ile istnieją) – określa znaki pierwiastków równania kwadratowego, wykorzystując wzory Viète'a – stosuje wzory Viète'a do obliczania wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego – układa równanie kwadratowe, którego pierwiastki spełniają określone warunki – wyprowadza wzory Viète'a 	K P R–D R–D D	2
7. Równania i nierówności kwadratowe z parametrem	– rozwiązywanie równań i nierówności kwadratowych z parametrem	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – przeprowadza analizę zadania z parametrem – zapisuje konieczne założenia tak, aby zachodziły warunki podane w treści zadania – wyznacza te wartości parametru, dla których są spełnione warunki zadania – rozwiązuje zadania z parametrem o znacznym stopniu trudności 	P P–D P–D W	4

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
8. Funkcja kwadratowa – zastosowania (1)	<ul style="list-style-type: none"> – zastosowanie funkcji kwadratowej – najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – stosuje pojęcia najmniejszej i największej wartości funkcji – wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym – stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych 	K K–D R–D	2
9. Funkcja kwadratowa – zastosowania (2)	<ul style="list-style-type: none"> – tworzenie modelu matematycznego opisującego przedstawione zagadnienie praktyczne 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – przeprowadza analizę zadania tekstowego, a następnie zapisuje odpowiednie równanie, nierówność lub funkcję kwadratową opisujące daną zależność – znajduje rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki – przeprowadza analizę wyniku i podaje odpowiedź 	P–R P–R P–D	2
10. Powtórzenie wiadomości 11. Praca klasowa i jej omówienie				5
2. WIELOMIANY				26
1. Stopień i współczynniki wielomianu	<ul style="list-style-type: none"> – definicje jednomianu, dwumianu, trójmianu, wielomianu – stopień jednomianu i wielomianu – współczynniki wielomianu, wyraz wolny wielomianu – pojęcie wielomianu zerowego – suma współczynników wielomianu 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozróżnia wielomian, podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników – zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach – zapisuje wielomian w sposób uporządkowany – oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu – oblicza brakujące współrzędne punktu należącego do wykresu danego wielomianu – sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu – wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki – określa stopień wielomianu w zależności od parametru – oblicza sumę współczynników wielomianu 	K K K K–P P P P–R R R	1

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
2. Dodawanie i odejmowanie wielomianów	<ul style="list-style-type: none"> – dodawanie wielomianów – odejmowanie wielomianów – stopień sumy i różnicy wielomianów – wielomian dwóch (trzech) zmiennych – stopień wielomianu wielu zmiennych 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza sumę wielomianów – wyznacza różnicę wielomianów – określa stopień sumy i różnicy wielomianów – szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego – odczytuje informacje z danego wykresu wielomianu – stosuje wielomian do opisania np. pola powierzchni prostopadłościanu i określa dziedzinę tego wielomianu – oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów – określa stopień wielomianu wielu zmiennych 	K K K–P P P–R P R R	1
3. Mnożenie wielomianów	<ul style="list-style-type: none"> – mnożenie wielomianów – stopień iloczynu wielomianów 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia – wyznacza iloczyn danych wielomianów – podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów – stosuje wielomian do opisania objętości prostopadłościanu i określa dziedzinę tego wielomianu – wykonuje mnożenie wielomianów i porównuje współczynniki przy odpowiedniej potędze zmiennej – stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów 	K K–R P R R–D D	1

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagania	Liczba godzin
4. Wzory skróconego mnożenia	<ul style="list-style-type: none"> – wzory skróconego mnożenia: $(a \pm b)^3$ oraz $a^3 \pm b^3$ – wzory: $a^n - 1$ oraz $a^n - b^n$ 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – stosuje wzory na sześcianną sumę lub różnicę oraz wzory na sumę lub różnicę sześcianną – przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia – stosuje wzory skróconego mnożenia do obliczania objętości – stosuje wzory $a^3 \pm b^3$ do usuwania niewymierności z mianownika – wyprowadza wzory skróconego mnożenia – stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń 	K–P R–D K–P D D D–W	2
5. Rozkład wielomianu na czynniki (1)	<ul style="list-style-type: none"> – rozkład wielomianu na czynniki: wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki – zastosowanie wzorów skróconego mnożenia: kwadratu sumy i różnicy oraz wzoru na różnicę kwadratów – twierdzenie o rozkładzie wielomianu na czynniki 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – wyłącza wspólny czynnik przed nawias – stosuje wzory na kwadrat sumy i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do rozkładu wielomianu na czynniki – wykorzystuje rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki do rozkładu wielomianu na czynniki – zapisuje wielomian w postaci iloczynu czynników możliwie najniższego stopnia – rozkłada wielomian na czynniki w zadaniach różnych typów 	K K P–R P–R R–D	1
6. Rozkład wielomianu na czynniki (2)	<ul style="list-style-type: none"> – zastosowanie wzorów skróconego mnożenia: sumy i różnicy sześcianną – metoda grupowania wyrazów 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – stosuje metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika przed nawias do rozkładu wielomianów na czynniki – stosuje wzory na sumę i różnicę sześcianną do rozkładu wielomianu na czynniki – rozkłada dany wielomian na czynniki, stosując metodę podaną w przykładzie 	K–P P–R D	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
7. Równania wielomianowe	<ul style="list-style-type: none"> – pojęcie pierwiastka wielomianu – równanie wielomianowe 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje równania wielomianowe metodą grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika przed nawias – wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej oraz dwóch wielomianów – podaje przykład wielomianu, gdy dane są jego stopień i pierwiastki – wykorzystuje równania wielomianowe w zadaniach dotyczących związków miarowych w prostopadłościanach 	K–D K–D K–D D	2
8. Dzielenie wielomianów	<ul style="list-style-type: none"> – algorytm dzielenia wielomianów – podzielność wielomianów – twierdzenie o rozkładzie wielomianu 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – dzieli wielomian przez dwumian $x - a$ – stosuje schemat Hornera – zapisuje wielomian w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r$ – sprawdza poprawność wykonanego dzielenia – przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku – dzieli wielomian przez inny wielomian i zapisuje go w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r(x)$ 	K R–D K K–P W R–D	2
9. Równość wielomianów	<ul style="list-style-type: none"> – wielomiany równe 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza wartości parametrów tak, aby wielomiany były równe, ustalając stopień wielomianów i porównując współczynniki przy tych samych potęgach zmiennej 	P–D	1

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
10. Twierdzenie Bézouta	<ul style="list-style-type: none"> – twierdzenie o reszcie – twierdzenie Bézouta – dzielenie z resztą wielomianu przez wielomian stopnia drugiego 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia – wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$ – sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki – wyznacza wartość parametru tak, aby wielomian był podzielny przez dany dwumian – sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia – wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez wielomian stopnia drugiego, gdy podane są określone warunki – przeprowadza dowód twierdzenia Bézouta 	K K K–P P P–D R–D W	2
11. Pierwiastki całkowite i pierwiastki wymierne wielomianu	<ul style="list-style-type: none"> – twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu – twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – wskazuje liczby, które mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu o współczynnikach całkowitych – wskazuje liczby, które mogą być pierwiastkami wymiernymi wielomianu o współczynnikach całkowitych – rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu – stosuje twierdzenia o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w zadaniach różnych typów – przeprowadza dowód twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu 	K K P–D R–D W	1

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
12. Pierwiastki wielokrotne	<ul style="list-style-type: none"> – definicja pierwiastka k-krotnego wielomianu – twierdzenie o liczbie pierwiastków wielomianu n-tego stopnia 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, gdy dany jest wielomian w postaci iloczynowej – bada, czy wielomian ma inne pierwiastki, oraz określa ich krotność, gdy dane są stopień wielomianu i jego pierwiastki całkowite – znając pierwiastek wielomianu i jego krotność, wyznacza pozostałe pierwiastki wielomianu – podaje przykłady wielomianu, gdy dane są jego stopień oraz pierwiastki i ich krotność – rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych 	K K–P P P P–D	2
13. Wykres wielomianu	<ul style="list-style-type: none"> – przykładowe wykresy wielomianów stopnia trzeciego i czwartego (wykres wielomianu stopnia pierwszego, wykres wielomianu stopnia drugiego – powtórzenie) – znak wielomianu w przedziale $(a; \infty)$, gdzie a jest największym pierwiastkiem – zmiana znaku wielomianu 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – szkicuje wykres wielomianu, gdy dana jest jego postać iloczynowa – dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu – podaje wzór wielomianu, gdy dane są współczynnik przy najwyższej potędze oraz szkic wykresu – szkicuje wykres danego wielomianu, po wyznaczeniu jego pierwiastków 	K K–P P P–D	1

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
14. Nierówności wielomianowe	<ul style="list-style-type: none"> – wartości dodatnie i ujemne funkcji – nierówności wielomianowe – siatka znaków wielomianu 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu – rozwiązuje nierówności wielomianowe, wykorzystując postać iloczynową wielomianu (dowolną metodą: szkicując wykres lub tworząc siatkę znaków) – rozwiązuje nierówność wielomianową, gdy dany jest wzór ogólny wielomianu – stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczenia dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastków – wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi – stosuje nierówności wielomianowe w zadaniach z parametrem 	K K–P P–D R–D R–D R–D	2
15. Wielomiany – zastosowania	<ul style="list-style-type: none"> – zastosowanie wielomianów do rozwiązywania zadań tekstowych 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza dziedzinę tego wielomianu – rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując działania na wielomianach i równania wielomianowe 	P P–D	1
16. Powtórzenie wiadomości 17. Praca klasowa i jej omówienie				4
3. FUNKCJE WYMIERNE				25

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagania	Liczba godzin
1. Wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$	<ul style="list-style-type: none"> - hiperbola – wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$ - asymptoty poziome i pionowe wykresu funkcji - własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$ - osie symetrii hiperboli - środek symetrii hiperboli 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności) oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu - szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$ w podanym zbiorze - odczytuje z wykresu współrzędne punktów przecięcia prostej i hiperboli - wyznacza współczynnik a tak, aby funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$ spełniała podane warunki 	K P-R P R	1
2. Przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ o wektor	<ul style="list-style-type: none"> - przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ o wektor $[p, q]$ 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ o dany wektor, podaje wzór i określa własności otrzymanej funkcji - wyznacza dziedzinę i podaje równania asymptot wykresu funkcji określonej wzorem $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$ - podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, aby otrzymać wykres funkcji $y = \frac{a}{x-p} + q$; szkicuje wykres funkcji $y = \frac{a}{x-p} + q$ - wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku - dobiera wzór funkcji do jej wykresu - wyznacza wzór funkcji spełniającej podane warunki - wyznacza równania osi symetrii oraz współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej danym równaniem 	K K K-R D K-P P-D P-D	1

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
3. Funkcja homograficzna	<ul style="list-style-type: none"> – określenie funkcji homograficznej – wykres funkcji homograficznej – postać kanoniczna funkcji homograficznej – asymptoty wykresu funkcji homograficznej 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – przekształca wzór ogólny funkcji homograficznej do postaci kanonicznej – szkicuje wykres funkcji homograficznej i określa jej własności – wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej – podaje przykładowy wzór funkcji homograficznej, znając jej dziedzinę i zbiór wartości – rozwiązuje zadania tekstowe dotyczące funkcji homograficznej – rozwiązuje zadania z parametrem na podstawie funkcji homograficznej 	P–R P–R P–R R R–W R–D	2
4. Przekształcenia wykresu funkcji	<ul style="list-style-type: none"> – metody szkicowania wykresu funkcji $y = f(x)$ i $y = f(x)$ 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – szkicuje wykres funkcji $y = f(x)$, gdzie f jest funkcją homograficzną, i opisuje jej własności – szkicuje wykres funkcji $y = f(x)$, gdzie f jest funkcją homograficzną, i opisuje jej własności – szkicuje wykres funkcji $y = f(x)$, gdzie f jest funkcją homograficzną, i opisuje jej własności – wyznacza liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$, $f(x) = m$ i $f(x) = m$, gdzie f jest funkcją homograficzną, w zależności od parametru m 	P–D R–D R–D D–W	1
5. Mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych	<ul style="list-style-type: none"> – mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych – dziedziny iloczynu i ilorazu wyrażeń wymiernych 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego i oblicza jego wartość dla danej wartości zmiennej – upraszcza w prostych przypadkach wyrażenia wymierne – wyznacza dziedziny iloczynu oraz ilorazu wyrażeń wymiernych – mnoży wyrażenia wymierne – dzieli wyrażenia wymierne – wykorzystuje mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych do rozwiązywania zadań – mnoży wyrażenia wymierne dwóch zmiennych i podaje konieczne założenia 	K–P K–R K–R K–R K–R R–D D	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
6. Dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych	<ul style="list-style-type: none"> – dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych – dziedziny sumy i różnicy wyrażeń wymiernych 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza dziedziny sumy i różnicy wyrażeń wymiernych – dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne – przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych; wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną 	K K–R P–R	2
7. Równania wymierne	<ul style="list-style-type: none"> – równania wymierne 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje równania wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia – znajduje współrzędne punktów wspólnych hiperboli i prostej – rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, w których występują wyrażenia wymierne 	K–R R D	2
8. Nierówności wymierne	<ul style="list-style-type: none"> – znak ilorazu a znak iloczynu – nierówności wymierne 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – odczytuje z danego wykresu zbiór rozwiązań nierówności wymiernej – rozwiązuje nierówności wymierne i podaje odpowiednie założenia – stosuje nierówności wymierne do porównywania wartości funkcji – rozwiązuje graficznie nierówności wymierne – rozwiązuje układy nierówności wymiernych 	K K–R P–R P–R P–D	2
9. Dziedzina funkcji. Funkcje wymierne	<ul style="list-style-type: none"> – funkcja wymierna – dziedzina funkcji wymiernej – równość funkcji 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji, w której wzorce występują ułamki i pierwiastki – wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej danej wzorem – bada, czy dane funkcje są równe, i szkicuje ich wykresy – wyznacza iloczyn i iloraz danych funkcji wymiernych, określa dziedziny iloczynu i ilorazu – rozwiązuje zadania, korzystając z danego wykresu funkcji wymiernej, oraz zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej 	K–R K–P P–R R R–D	1

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
10. Równania i nierówności z wartością bezwzględną (1)	<ul style="list-style-type: none"> – metody rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną – wartość bezwzględna iloczynu i ilorazu 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując interpretację geometryczną – rozwiązuje równania i nierówności, w których występuje wartość bezwzględna tego samego wyrażenia 	K–R P–D	1
11. Równania i nierówności z wartością bezwzględną (2)	<ul style="list-style-type: none"> – metody rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje równania i nierówności typu $x - a + bx = c$, $x - a + bx < c$, – rozwiązuje równania i nierówności zapisane za pomocą sumy kilku wartości bezwzględnych – rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując definicję oraz własności wartości bezwzględnej – przekształca wzory funkcji, w których występują sumy (lub różnice) wyrażeń ze znakiem wartości bezwzględnej, szkicuje wykresy tych funkcji i podaje własności 	K–R P–D P–D D–W	2
12. Równania i nierówności z wartością bezwzględną (3)	<ul style="list-style-type: none"> – wartość bezwzględna w wyrażeniach wymiernych 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych – zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających zadane warunki 	P–D R–W	1
13. Wyrażenia wymierne – zastosowania (1)	<ul style="list-style-type: none"> – zastosowanie wyrażeń wymiernych do rozwiązywania zadań tekstowych 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych 	K–D	1
14. Wyrażenia wymierne – zastosowania (2)	<ul style="list-style-type: none"> – zastosowanie zależności $t = \frac{s}{v}$ 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – wykorzystuje wielkości odwrotnie proporcjonalne do rozwiązywania zadań tekstowych dotyczących związku między drogą, prędkością i czasem 	P–D	2
15. Powtórzenie wiadomości 16. Praca klasowa i jej omówienie				4
4. TRYGNOMETRIA				20

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
1. Trójkąty prostokątne	<ul style="list-style-type: none"> – twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa – wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – podaje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa oraz wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego – stosuje twierdzenie Pitagorasa do wyznaczania długości odcinków w trójkątach prostokątnych – korzystając z twierdzenia Pitagorasa, wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego – przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa 	K P–D P–R W	2
2. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego	<ul style="list-style-type: none"> – definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego – wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30°, 45°, 60° 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – podaje definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym – podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30°, 45°, 60° – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach – uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych 	K P K P–R D	2
3. Trygonometria – zastosowania	<ul style="list-style-type: none"> – odczytywanie wartości funkcji trygonometrycznych kątów w tablicach – odczytywanie miary kąta, dla którego dana jest wartość funkcji trygonometrycznej 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego lub wartość kąta na podstawie wartości funkcji trygonometrycznej – wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań praktycznych 	K P–R	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
4. Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązywanie trójkątów prostokątnych 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje trójkąty prostokątne wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania związków miarowych w czworokątach i prostopadłościanach 	K–R P–D	2
5. Związki między funkcjami trygonometrycznymi	<ul style="list-style-type: none"> podstawowe tożsamości trygonometryczne zależności między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych w trójkącie prostokątnym: $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$, $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$, $\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha$, $\operatorname{ctg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{tg} \alpha$ 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta oraz między funkcjami trygonometrycznymi kątów α i $90^\circ - \alpha$ wyznacza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest jedna z nich sprawdza, czy istnieje kąt ostry spełniający podane zależności stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi 	K P–R P–R P–D R–D	2
6. Funkcje trygonometryczne kąta wypukłego	<ul style="list-style-type: none"> definicje funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego własności funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego zależności: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$, $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$ związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta wypukłego 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> określa znak funkcji trygonometrycznej kąta rozwartego oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku stosuje wzory: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$, $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$, $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$ do obliczania wartości wyrażenia oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych zaznacza w układzie współrzędnych kąt, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej 	K K K–P K–P P	1

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
7. Pole trójkąta	<ul style="list-style-type: none"> – wzory na pole trójkąta ($P = \frac{1}{2}ah$, $P = \frac{1}{2}absiny$, wzór Herona) – wzór na pole trójkąta równobocznego 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – podaje różne wzory na pole trójkąta – oblicza pole trójkąta, dobierając odpowiedni wzór – wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów – dowodzi zależności w trójkątach z zastosowaniem trygonometrii – wyprowadza wzór $P = \frac{1}{2}absiny$ – wykorzystuje poznane wzory na pole trójkąta do rozwiązywania zadań 	K P–R R–D D–W D R–D	2
8. Pole czworokąta	<ul style="list-style-type: none"> – wzory na pola: równoległoboku, rombu, trapezu 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozróżnia czworokąty oraz zna ich własności – podaje wzory na pola: równoległoboku, rombu, trapezu – oblicza pola czworokątów – wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania związków miarowych w czworokątach – uzasadnia związki miarowe w czworokątach 	K K K–R K–D D–W	2
9. Powtórzenie wiadomości 10. Praca klasowa i jej omówienie				5
5. PLANIMETRIA				27
1. Okrąg	<ul style="list-style-type: none"> – długość okręgu – kąt środkowy – długość łuku okręgu – wzajemne położenie okręgów 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozpoznaje kąty środkowe w okręgu – oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu – określa wzajemne położenie dwóch okręgów, mając dane promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami – wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań 	K K K–R P – R	1
2. Koło	<ul style="list-style-type: none"> – pole koła – pole wycinka koła – pierścień kołowy – odcinek koła 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła i pole wycinka koła 	K–R	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
3. Wzajemne położenie okręgu i prostej	<ul style="list-style-type: none"> – styczna do okręgu – sieczna okręgu – twierdzenie o odcinkach stycznych 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z promieniem okręgu, określa liczbę punktów wspólnych prostej i okręgu – stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań 	K–P P–D	1
4. Kąty w okręgu	<ul style="list-style-type: none"> – pojęcie kąta wpisanego – twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia – twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu – twierdzenie o cięciwach 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte – stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia i twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu – formułuje twierdzenie dotyczące kątów środkowego i wpisanego w okrąg oraz dowodzi jego prawdziwości – stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach – przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach 	K K–R D–W R–D W	2
5. Okrąg opisany na trójkącie	<ul style="list-style-type: none"> – okrąg opisany na trójkącie – promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym – wzór na pole trójkąta $P = \frac{abc}{4R}$ 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym – rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii – stosuje wzór $P = \frac{abc}{4R}$ – wyprowadza wzór $P = \frac{abc}{4R}$ 	K–P P–D P–D D	2
6. Okrąg wpisany w trójkąt	<ul style="list-style-type: none"> – okrąg wpisany w trójkąt – wzór na pole trójkąta $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$ 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny – rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt – stosuje wzór $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$ – wyprowadza wzór $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$ 	K–P P–D P–D D	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
7. Okrąg opisany na czworokącie	<ul style="list-style-type: none"> – twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg – stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań – uzasadnia, że jeśli na czworokącie można opisać okrąg, to sumy miar przeciwległych kątów tego czworokąta są równe i mają po 180° 	K–P P–D D	2
8. Okrąg wpisany w czworokąt	<ul style="list-style-type: none"> – twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg – stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań – uzasadnia, że jeśli w czworokąt wypukły można wpisać okrąg, to sumy długości przeciwległych boków tego czworokąta są równe 	K–P P–D D	2
9. Wielokąty foremne	<ul style="list-style-type: none"> – wielokąt foremny – promień okręgu opisanego na sześciokącie foremnym – promień okręgu wpisanego w sześciokąt foremny – miara kąta wewnętrznego wielokąta foremnego 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozpoznaje wielokąty foremne i podaje ich własności – oblicza miarę kąta wewnętrznego wielokąta foremnego – wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, gdy dana jest suma miar jego kątów wewnętrznych – oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremny – formułuje twierdzenia dotyczące związków w wielokątach foremnych oraz dowodzi ich prawdziwości 	K P–R P–R K–R R–D	1
10. Twierdzenie sinusów	<ul style="list-style-type: none"> – twierdzenie sinusów 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów – stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym – wykorzystuje twierdzenie sinusów w zadaniach na dowodzenie – przeprowadza dowód twierdzenia sinusów 	K–D P–D D–W W	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
11. Twierdzenie cosinusów(1)	– twierdzenie cosinusów	Uczeń: – stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów – przeprowadza dowód twierdzenia cosinusów	K–D W	2
12. Twierdzenie cosinusów (2)	– twierdzenie o największym kącie w trójkącie	Uczeń: – wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, gdy dane są długości boków trójkąta – bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny – stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania zadań – stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym	K R K–D P–D	2
13. Powtórzenie wiadomości 14. Praca klasowa i jej omówienie				6
6. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA				26
1. Potęga o wykładniku rzeczywistym	– definicja potęgi o podstawie będącej liczbą dodatnią i wykładniku rzeczywistym – prawa działań na potęgach o wykładnikach rzeczywistych	Uczeń: – zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o podanej podstawie i wykładniku rzeczywistym – upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach – porównuje liczby przedstawione w postaci potęg	K P–R P–D	1
2. Funkcja wykładnicza	– definicja funkcji wykładniczej – wykres funkcji wykładniczej – własności funkcji wykładniczej	Uczeń: – oblicza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów – sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej – szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności – porównuje liczby przedstawione w postaci potęg, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej – wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do jej wykresu oraz szkicuje ten wykres – rozwiązuje proste równania i nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu funkcji wykładniczej	K K K–P P–R P R–D	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
3. Przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej (1)	<ul style="list-style-type: none"> – przesunięcie wykresu funkcji wykładniczej o wektor – przekształcenie wykresu funkcji wykładniczej przez symetrię względem osi układu współrzędnych 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności – szkicuje wykres funkcji wykładniczej otrzymany w wyniku złożenia przesunięcia o wektor i symetrii względem osi układu współrzędnych i podaje wartości tej funkcji – rozwiązuje graficznie proste nierówności wykładnicze, korzystając z odpowiednio przekształconego wykresu funkcji wykładniczej 	K–P P–R R–D	2
4. Przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej (2)	<ul style="list-style-type: none"> – przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej $y = f(x)$ i $y = f(x)$, gdzie f jest funkcją wykładniczą 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – szkicuje wykresy funkcji $y = f(x)$ i $y = f(x)$, gdy dany jest wykres funkcji wykładniczej f – szkicuje wykres funkcji wykładniczej otrzymany w wyniku złożenia kilku przekształceń – rozwiązuje graficznie równania i nierówności, korzystając z wykresów funkcji wykładniczych – zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane za pomocą krzywych 	K–R R–D P–D R–D	2
5. Własności funkcji wykładniczej	<ul style="list-style-type: none"> – różnowartościowość funkcji wykładniczej 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z różnowartościowości funkcji wykładniczej – rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej – zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne są opisane za pomocą nierówności wykładniczych 	K–R K–R D–W	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
6. Logarytm	<ul style="list-style-type: none"> – definicja logarytmu – powtórzenie – własności logarytmu: $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$, gdzie $a > 0$, $a \neq 1$ – powtórzenie – równości: $\log_a a^x = x$, $a^{\log_a b} = b$, gdzie $a > 0$ i $a \neq 1$, $b > 0$ – pojęcie logarytmu dziesiętnego – powtórzenie 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – oblicza logarytm danej liczby – stosuje do obliczeń równości wynikające z definicji logarytmu – wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej – podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic – udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby, np. $\log_2 3$ 	K P–R P–R R W	2
7. Własności logarytmów	<ul style="list-style-type: none"> – twierdzenia o logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu oraz logarytmie potęgi – powtórzenie 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami – podaje założenia i zapisuje w prostszej postaci wyrażenia zawierające logarytmy – stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń – udowadnia twierdzenia o logarytmach 	K–R P R–D D–W	3
8. Funkcja logarytmiczna	<ul style="list-style-type: none"> – definicja funkcji logarytmicznej – wykres funkcji logarytmicznej – własności funkcji logarytmicznej 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności – oblicza podstawę logarytmu we wzorze funkcji logarytmicznej, gdy dane są współrzędne punktu należącego do wykresu tej funkcji – wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie – rozwiązuje proste nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu funkcji logarytmicznej – wykorzystuje własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań różnego typu, w tym zadań z parametrem 	K P P P–R R–D	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
9. Przekształcenia wykresu funkcji logarytmicznej	<ul style="list-style-type: none"> przekształcenia wykresu funkcji logarytmicznej – przesunięcie o wektor, przekształcenie przez symetrię względem osi układu współrzędnych, wykresy funkcji $y = f(x)$ i $y = f(x)$, gdzie f jest funkcją logarytmiczną 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji logarytmicznej, stosując poznane przekształcenia, i określa jej własności wyznacza dziedzinę funkcji logarytmicznej rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji logarytmicznej rozwiązuje nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu odpowiedniej funkcji logarytmicznej rozwiązuje graficznie równania, znajdując na rysunku punkty wspólne wykresu funkcji logarytmicznej i prostej zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne są opisane za pomocą nierówności logarytmicznych 	K–D P–R R–D R–D D D	1
10. Zmiana podstawy logarytmu	<ul style="list-style-type: none"> twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie udowadnia twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu 	P P–R D D	2
11. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne – zastosowania	<ul style="list-style-type: none"> wzrost wykładniczy rozpad promieniotwórczy 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego 	P–D	2
12. Powtórzenie wiadomości 13. Praca klasowa i jej omówienie				5
Godziny do dyspozycji nauczyciela				0
Razem				150